**Corrigé**

**1.** $u_1 = 5\,750$ et $u_2 = 6\,312{,}5$

Chaque mois, Maud dépense le quart de ce qu'elle a sur son compte. De plus elle dépose 2 000 € le dernier jour de chaque mois.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = u_n \times \left(1 - \frac{25}{100}\right) + 2\,000$$
$$= 0{,}75u_n + 2\,000$$

**2. a)**

```
u = 5000
for in range (1, 13)
    u = 0.75*u + 2000
print (u)
```

**b)** Maud a 7 904,97 € sur son compte le 1er janvier 2021.

**3.** $x = 0{,}75x + 2\,000 \Leftrightarrow x = 8\,000$

Soit $(v_n)$ la suite définie par $v_n = u_n - 8\,000$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = u_{n+1} - 8\,000$

$$= 0{,}75u_n + 2\,000 - 8\,000$$
$$= 0{,}75(u_n - 8\,000)$$
$$= 0{,}75v_n$$

Donc $(v_n)$ est une suite géométrique de raison 0,75, de premier terme

$v_0 = u_0 - 8\,000 = -3\,000$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = -3\,000 \times 0{,}75^n$.

$v_n = u_n - 8\,000$, donc $u_n = v_n + 8\,000$.

Donc $u_n = 8\,000 - 3\,000 \times 0{,}75^n$.

**4.** Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} - u_n = 8\,000 - 3\,000 \times 0{,}75^{n+1}$$
$$- (8\,000 - 3\,000 \times 0{,}75^n)$$
$$= 3\,000 \times 0{,}75^n(-0{,}75 + 1)$$
$$= 750 \times 0{,}75^n$$

Donc $u_{n+1} - u_n > 0$.

Donc la suite $(u_n)$ est strictement croissante.

$0 < 0{,}75 < 1$, donc $\lim_{n \to +\infty} 0{,}75^n = 0$

Donc $\lim_{n \to +\infty} u_n = 8\,000$. La somme sur le compte augmentera et tendra vers 8 000 €.